

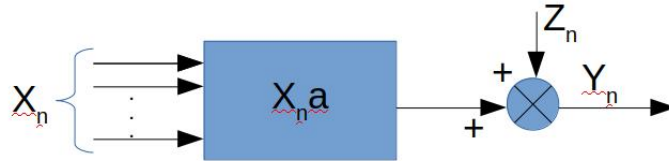
Modelowanie i identyfikacja

Laboratorium nr 10

1. Dany jest statyczny system liniowy typu MISO (Multiple Input Single Output) o L wejściach opisany równaniem:

$$Y_n = X_n^T a + Z_n, \quad (1)$$

gdzie $X_n = [X_{n1}, X_{n2}, \dots, X_{nL}]^T$, $a = [a_1, a_2, \dots, a_L]^T$ oraz $Y_n, Z_n \in \mathbb{R}^1$.



Rysunek 1: Statyczny system liniowy typu MISO

2. Wybrać dowolne składowe wektora a . Wygenerować N -elementową sekwencję obserwacji wejścia $\{X_n\}$ typu i.i.d o rozkładzie normalnym $\mathcal{N}(\mu, \Sigma)$, gdzie macierz kowariancji $\Sigma = \mathbf{I}\sigma_X^2$, \mathbf{I} jest macierzą jednostkową o wymiarach $[L \times L]$, σ_X jest stałą, a μ jest L -elementowym wektorem.

3. Wygenerować N -elementowy sygnał zakłócający $\{Z_n\}$ zgodnie ze wzorem:

$$Z_n = \xi_n + s \cdot \xi_{n-1},$$

gdzie $\{\xi_n\}$ jest sygnałem typu i.i.d o rozkładzie $\mathcal{N}(0, \sigma_\xi^2)$ oraz $s = 0.5$. Wygenerować sekwencję pomiarów wyjścia $\{Y_n\}$ zgodnie z równaniem (1).

4. Skonstruować estymator MNK wektora parametrów a , który dany jest wzorem:

$$\hat{a}_N = (\mathbf{X}_N^T \mathbf{X}_N)^{-1} \mathbf{X}_N^T \mathbf{Y}_N$$

5. Wyznaczyć (samodzielnie, bez wykorzystania funkcji wbudowanych w Matlab/Pythona) macierz kowariancji \mathbf{R} wektora \mathbf{Z}_N :

$$\mathbf{R} = cov\{\mathbf{Z}_N\} = E\{\mathbf{Z}_N\mathbf{Z}_N^T\}.$$

6. Przedstawić graficznie macierz kowariancji estymatora \hat{a}_N i dokonać interpretacji oraz porównać wyniki z poprzednim laboratorium. Jaki jest wpływ parametru skali s na macierz kowariancji estymatora \hat{a}_N ?

$$cov\{\hat{a}_N\} = (\mathbf{X}_N^T\mathbf{X}_N)^{-1}\mathbf{R}\mathbf{X}_N(\mathbf{X}_N^T\mathbf{X}_N)^{-1}$$

7. Dla ustalonego sygnału wejściowego wygenerować K niezależnych sygnałów zakłócających. Oznaczmy przez \hat{a}_N^k oszacowanie parametrów przy k tym zakłóceniu. Wykreślić błąd:

$$Err\{\hat{a}_N\} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \|\hat{a}_N^k - a\|^2$$

w funkcji N i zinterpretować uzyskany rezultat. Porównać z wynikami uzyskanymi podczas poprzedniego laboratorium. Badania wykonać dla zakłóceń o różnej wariancji σ_ξ^2 .