

Modelowanie i identyfikacja

Laboratorium nr 11

1. Dany jest obiekt typu ARX, tj.:

$$y_n = z^{-k} A u_n + e_n, \quad (1)$$

gdzie y_n jest wyjściem obiektu, A to wielomiany różnicowe opisujące system, u_n stanowi wejście obiektu, e_n reprezentuje zakłócenia oraz z jest opóźnieniem (przesunięciem wstecz) o k wartości (tj. $z^{-k} u_i = u_{i-k}$). Dla przykładu:

$$\begin{aligned} v_n &= a_1 v_{n-1} + a_2 v_{n-2} + \dots + a_{L_a} v_{n-L_a} + b_0 u_n + b_1 u_{n-1} + \dots + b_{L_b} u_{n-L_b} \\ y_n &= v_n + e_n. \end{aligned} \quad (2)$$

Niech θ oznacza wektor nieznanych parametrów obiektu:

$$\theta = [b_0, b_1, \dots, b_{L_b}, a_1, a_2, \dots, a_{L_a}]^T.$$

2. Wybrać dowolne składowe wektora θ . Wygenerować N -elementową sekwencję obserwacji wejścia $\{u_n\}$ typu i.i.d o rozkładzie normalnym $\mathcal{N}(\mu, \sigma_u)$. Wygenerować N -elementowy sygnał zakłócający $\{e_n\}$, typu i.i.d o rozkładzie $\mathcal{N}(0, \sigma_e^2)$. Wygenerować sekwencję pomiarów wyjścia $\{y_n\}$ zgodnie z równaniami (2).

3. Skonstruować wektor regresyjny Φ_{i-1} zawierający próbki wejść i wyjść odpowiadające oszacowaniu parametrów systemu w chwili i :

$$\Phi_{i-1} = [u_{i-k}, u_{i-k-1}, \dots, u_{i-k-L_b}, -y_{i-1}, -y_{i-2}, \dots, -y_{i-L_a}]^T.$$

4. Zaimplementować algorytm ważonej rekurencyjnej metody najmniejszych kwadratów dany wzorem:

$$\hat{\theta}_i = \hat{\theta}_{i-1} + R_i \Phi_{i-1} \epsilon_i, \quad (3)$$

gdzie $\hat{\theta}_i$ oznacza wektor zawierający oszacowania parametrów systemu θ w chwili i , R_i to macierz kowariancji, a ϵ_i to błąd predykcji jednokrokowej dany wzorem:

$$\epsilon_i = y_i - \hat{\theta}_{i-1}^T \cdot \Phi_{i-1}.$$

5. Zastosować rekurencyjną zależność do wyznaczenia macierzy kowariancji, która pozwala uniknąć odwracania macierzy:

$$R_i = \frac{1}{\lambda} \left[R_{i-1} - \frac{R_{i-1} \Phi_{i-1} \Phi_{i-1}^T R_{i-1}}{\lambda + \Phi_{i-1}^T R_{i-1} \Phi_{i-1}} \right], \quad (4)$$

z uwzględnieniem warunku początkowego:

$$R_0 = \alpha I,$$

gdzie α jest pewną dużą wartością dodatnią np. 500.

6. Zbadać wpływ współczynnika zapominania λ na działanie estymatora.