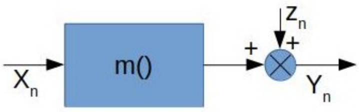
Modelowanie i identyfikacja
Laboratorium nr 8

1. Dany jest statyczny system nieliniowy z charakterystyką nieliniową:

$$m(x) = \begin{cases} \alpha x^2 & \text{dla} \quad |x| \in [0,1) \\ 1 & \text{dla} \quad |x| \in [1,2) \\ 0 & \text{dla} \quad |x| \in [2,\infty) \end{cases},$$

gdzie $\alpha \in \mathbb{Z}$. Wygenerować N-elementowy sygnał wejściowy $\{X_n\}$ typu $i.i.d$ o rozkładzie $U[-\pi,\pi]$ oraz niezależny sygnał zakłócający $\{Z_n\}$ o rozkładzie normalnym $\mathcal{N}(0,\sigma_Z^2)$.



Rysunek 1: Statyczny system nieliniowy z addytywnym zakłóceniem na wyjściu

2. Dokonać estymacji z użyciem bazy kosinusowej:
   (a) wykreślić nieliniową charakterystykę systemu, wraz z chmurą pomiarów,
   (b) wykreślić estymowaną charakterystykę.
3. Zbadać wpływ:
   (a) liczby funkcji bazowych L,
   (b) wykorzystanej bazy ortogonalnej.
4. Wyznaczyć L, które minimalizuje błąd:

$$MSE = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}\left[\hat{m}_N^L(x_n) - m(x_n)\right]^2 \tag{1}$$

5. Zbadać zachowanie estymatora, jeżeli sygnał zakłócający będzie miał niezerową wartość oczekiwaną $E\{Z_n\} \neq 0$ oraz gdy zakłócenia będą skorelowane z sygnałem wejściowym.

6. Niezbędna teoria:
Estymator ortogonalny dany jest wzorem:

$$\hat{m}(x) = \frac{\sum_{i=0}^{L} \hat{\beta}_i \varphi_i(x)}{\sum_{i=0}^{L} \hat{\alpha}_i \varphi_i(x)}, \tag{2}$$

gdzie L określa liczbę wykorzystanych funkcji bazowych. Współczynniki $\hat{\alpha}$ i $\hat{\beta}$ dane są wzorami:

$$\hat{\alpha}_i = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} \varphi_i(X_n)$$
$$\hat{\beta}_i = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} Y_n \varphi_i(X_n).$$

Estymator ortogonalny regresji do poprawnego działania potrzebuje bazy ortogonalnej. Baza kosinusowa dana jest następującą zależnością:

$$\varphi_0(x) = \sqrt{\frac{1}{2\pi}}$$
$$\varphi_i(x) = \sqrt{\frac{1}{\pi}} cos(ix) \text{ dla } i = 1, 2, 3, \ldots$$