

Podstawy automatyki; AiR  
Zestaw 2 - Odpowiedzi systemu na różne pobudzenia

**Zadanie 1** System o wejściu  $u(t)$  i wyjściu  $y(t)$  opisywany jest równaniem różniczkowym:

$$Ty'(t) + y(t) = ku(t),$$

przy czym warunkiem początkowym jest  $y(0-)$ . Wyznaczyć odpowiedź na wymuszenie:  $u(t) =$ : a) 0, b)  $\delta(t)$ , c)  $1(t)$ , d)  $\sin \omega t$ , e)  $t$ , f)  $2\delta(t) + 1(t)$ .

**Zadanie 2** Wyznaczyć odpowiedź systemu o transmitancji

$$K(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)}$$

na pobudzenie  $u(t) = 1(t)$ , jeśli warunkiem początkowym jest  $y(0-) = 1$ ,  $y'(0-) = 2$ .

**Zadanie 3** Dla systemów o transmitancjach:

a)  $\frac{1}{s(s+1)}$ ,

b)  $\frac{1}{(s^2+1)(s+1)}$ ,

c)  $\frac{1}{(s-1)(s+2)}$

znaleźć odpowiedź skokową i impulsową. Wyznaczyć następnie ich kolejne pochodne w punkcie  $t = 0$ .

**Zadanie 4** Dla systemu o transmitancji

$$K(s) = \frac{1}{(s+1)(s+3)}$$

podać i rozwiązać równanie

- a) różniczkowe,  
b) fazowe.

**Zadanie 5** Transmitancja  $1/M(s)$ , gdzie  $M(s)$  jest wielomianem stopnia 2, ma biegun  $s_1 = \sigma + j\omega$ . Wyznaczyć

- a) drugi z biegunów,  
b) odpowiedź impulsową i sporządzić jej szkic. Założyć przy tym, że  $\alpha$ )  $\omega = 0, \sigma > 0$ ,  $\beta$ )  $\omega = 0, \sigma < 0$ ,  $\gamma$ )  $\omega \neq 0, \sigma > 0$ ,  $\delta$ )  $\omega \neq 0, \sigma < 0$ .

**Zadanie 6** Transmitancja  $K(s) = L(s)/M(s)$ , gdzie stopień wielomianu  $L(s)$  jest niższy od stopnia  $m$  wielomianu  $M(s)$ , ma bieguny  $s_1, \dots, s_m$ . Niech  $\alpha = \max(|\operatorname{Re} s_1|, \dots, |\operatorname{Re} s_m|)$ . Wykazać, że

- a)  $|k(t)| \leq ce^{\alpha t}$ , pewne  $c$ , jeśli wszystkie bieguny są różne,  
b)  $|k(t)| \leq de^{(\alpha+\varepsilon)t}$ , pewne  $d$ , dowolne  $\varepsilon > 0$ .

**Zadanie 7** System o wejściu  $u(t)$  i wyjściu  $y(t)$  jest stabilny. Wykazać, że:

- a) jeśli  $\lim_{t \rightarrow \infty} u(t)$  istnieje, to  $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t)$  także,  
b) jeśli  $\lim_{t \rightarrow \infty} u(t) = 0$ , to  $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 0$ .

**Zadanie 8** Na wejście systemu o transmitancji

$$K(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)}$$

podano sygnał  $u(t) = 4\sin 5t$ . Określić składową ustaloną sygnału na wyjściowego oraz wyznaczyć jej parametry.

**Zadanie 9** Ustalić czy dla systemów o transmitancjach

a)  $\frac{s+2}{(s+3)(s+4)^2}$ ,

b)  $\frac{3}{(s-1)(s+2)}$ ,

c)  $\frac{4}{s(s+6)}$ ,

d)  $\frac{1}{s^2+1}$

istnieje współczynnik wzmocnienia w stanie ustalonym, a następnie wyznaczyć go.